令 和 8 年 度

久留米大学大学院医学研究科修士課程 後期入学試験問題兼解答

総合生命科学・バイオ統計学専攻 バイオ統計学群(英語)

---

1. Let $x+\frac{1}{x}=\sqrt{6}$, then evaluate the following expressions.
   (a) $x^2+\frac{1}{x^2}$
   (b) $x^3+\frac{1}{x^3}$
   (c) $x-\frac{1}{x}$

(a) $x^2+\frac{1}{x^2}$

$$x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2\cdot x\cdot\frac{1}{x}=\left(\sqrt{6}\right)^2-2=4$$

(b) $x^3+\frac{1}{x^3}$

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^3=x^3+3\cdot x^2\cdot\frac{1}{x}+3\cdot x\cdot\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^3}=x^3+\frac{1}{x^3}+3(x+\frac{1}{x})$$

となるから、

$$x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3\left(x+\frac{1}{x}\right)=\left(\sqrt{6}\right)^3-3\sqrt{6}=3\sqrt{6}$$

(c) $x-\frac{1}{x}$

$$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4\cdot x\cdot\frac{1}{x}=\left(\sqrt{6}\right)^2-4=2$$

$$x-\frac{1}{x}=\pm\sqrt{2}$$

2. Answer to the following questions.
   (a) Find (b,c) for a linear function $y=bx+c$ that passes through the points $(x,y)=(1,3)$ and $(4,12)$.
   (b) Find (a,b,c) for a quadratic function $y=ax^2+bx+c$ that passes through the points $(x,y)=(2,0),(1,1)$ and $(3,5)$.
   (c) Find a quadratic function is tangent to the x-axis and passes through the points $(1,1)$ and $(4,4)$.

(a)

$3=b+c$

$12=4b+c$ を解くと、b=3,c=0

(b)

各点を代入：

$$\begin{cases}0=4a+2b+c\\1=a+b+c\\5=9a+3b+c\end{cases}$$

(1)−(2)：

$$-1=3a+b\Rightarrow b=-1-3a$$

(3)−(2)：

$$4=8a+2b\Rightarrow 2=4a+b$$

ここに $b=-1-3a$を代入：

$$2=4a+(-1-3a)=a-1\Rightarrow a=3$$
$$b=-1-3a=-1-9=-10$$
$$1=a+b+c\Rightarrow 1=3-10+c\Rightarrow c=8$$

(c)

x 軸に接する（二重根をもつ）二次関数は，ある実数 rを用いて

$$y=a(x-r)^2$$

と表せる。

点 (1,1)，(4,4)を代入すると

$$1=a(1-r)^2,4=a(4-r)^2$$

両式の比より

$$\frac{4}{1}=\frac{(4-r)^2}{(1-r)^2}\Rightarrow \left|\frac{4-r}{1-r}\right|=2$$

よって次の 2 つの場合のそれぞれを考える

(i) $\frac{4-r}{1-r} = 2$

$$4 - r = 2 - 2r \Rightarrow r = -2$$
$$1 = a(1 - (-2))^2 = a \cdot 9 \Rightarrow a = \frac{1}{9}$$
$$\Rightarrow \boxed{y = \frac{1}{9}(x+2)^2}$$

(ii) $\frac{4-r}{1-r} = -2$

$$4 - r = -2 + 2r \Rightarrow 6 = 3r \Rightarrow r = 2$$
$$1 = a(1-2)^2 = a \Rightarrow a = 1$$
$$\Rightarrow \boxed{y = (x-2)^2}$$

条件を満たす二次関数は **2 つ**：

$$\boxed{y = \frac{1}{9}(x+2)^2 \text{または} y = (x-2)^2}$$

3. Suppose that you select four different numbers from five numbers {0, 1, 2, 3, 4} and arrange them to make a four-digit integer.
   (a) How many four-digit integers can you make?
   (b) How many of these integers are multiples of 3?
   (c) How many of these integers are greater than 2300?
   [Note] A four-digit integer is any integer between 1000 and 9999, inclusive.

(a) Integers
千の位は、0 を除く 1～4 の数から 1 個を取るから 4 通り
その各々について、百, 十, 一の位は、0 を含めた残りの 4 個から 3 個を取る順列で ${}_4P_3$ 通り
よって、求める個数は

$$4 \times {}_4P_3 = 4 \times 4 \cdot 3 \cdot 2 = 96$$

（答え）96 個

(b) Multiples of 3
3 の倍数となるための条件は、各位の数の和が 3 の倍数になることである。
0, 1, 2, 3, 4 のうち、和が 3 の倍数になる 4 数の組は (0, 1, 2, 3), (0, 2, 3, 4) の 2 組ある。
1 つの組について、千の位は 0 以外の数であり、百, 十, 一の位には残り 3 個を並べるから

$$3 \times 3! \times 2 = 3 \times 6 \times 2 = 36$$

（答え）36個

(c) Integers greater than 2300
千の位が 2 のとき、百の位は 3 か 4 の 2 通り、十, 一の位は残り 3 個から 2 個を取る順列より、
$2 \times {}_3P_2 = 2 \times 3 \cdot 2 = 12$個
千の位が 3 か 4 のとき、百, 十, 一の位は残り 4 個から 3 個を取る順列より、
$2 \times {}_4P_3 = 2 \times 4 \cdot 3 \cdot 2 = 48$個
よって、全部で 12 + 48 = 60 個
（答え）60個

4. Solve each of the following equations and inequality.
   (a) $|x| = 3x - 2$
   (b) $|x^2 - 4| = 0$
   (c) $|3x - 2| \geq x + 2$

(a)
右辺が非負である必要があるので

$$3x - 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{2}{3}$$

この条件下では $|x| = x$。

$$x = 3x - 2 \Rightarrow -2x = -2 \Rightarrow x = 1$$

確認：$1 \geq \frac{2}{3}$ を満たす。
よって、$x = 1$

(b)
絶対値が 0 となるのは絶対値の内側の式が 0 となるときのみである。
よって、$x^2 - 4 = 0$より、$x = \pm 2$となる。

(c)

まず右辺が負の場合を考える。

(i) $x+2 \leq 0$（すなわち $x \leq -2$）

このとき

$$|3x-2| \geq 0 \geq x+2$$

は常に成り立つ。

$$\Rightarrow x \leq -2 \text{ はすべて解}$$

(ii) $x+2 > 0$（すなわち $x > -2$）

この場合，絶対値を外して

$$|3x-2| \geq x+2$$

を

$$\begin{cases} 3x-2 \geq x+2 \\ 3x-2 \leq -(x+2) \end{cases}$$

に分ける。

(a) $3x-2 \geq x+2$

$$2x \geq 4 \Rightarrow x \geq 2$$

(b) $3x-2 \leq -x-2$

$$4x \leq 0 \Rightarrow x \leq 0$$

ただし (ii) の条件 $x > -2$を考慮すると

$$-2 < x \leq 0$$

(i) と (ii) を合わせると　$(-\infty,-2] \cup (-2,0] \cup [2,\infty)$

すなわち　$x \leq 0$ または $x \geq 2$